EJERCICIOS Y PROBLEMAS

PROBLEMAS RESUELTOS

1) Calcular la diagonal menor de un rombo cuya superficie es de 1,84 dm², si la diagonal mayor es de 2,3 dm.

De la fórmula del área del rombo:

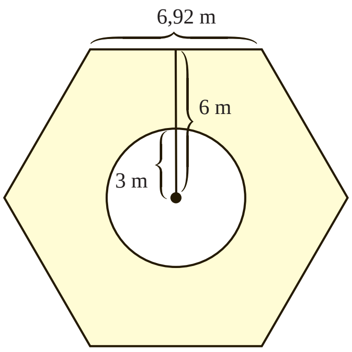
Sup. rombo. $= \dfrac{d \cdot d'}{2}$, despejamos d', que es la incógnita que buscamos:

$$d' = \frac{\text{Sup. romb.} \cdot 2}{d}$$

$$d' = \frac{1{,}84\ \text{dm}^2 \cdot 2}{2{,}3\ \text{dm}} = 1{,}6\ \text{dm}$$

2) Hallar las superficies sombreadas en la siguientes figuras.

a)



a) En un hexágono regular, el radio mide lo mismo que el lado, y la apotema es igual a:

$$ap. = \frac{r\sqrt{3}}{2};\ \text{luego: } l = r = \frac{2ap}{\sqrt{3}}$$

Por tanto, el perímetro es:

$$p = 6l = \frac{12ap}{\sqrt{3}} = \frac{12 \cdot 6\ \text{m}}{\sqrt{3}} = 41{,}52\ \text{m}$$

$$\text{Sp} = \frac{p \cdot ap}{2} = \frac{41{,}52\ \text{m} \cdot 6\ \text{m}}{2} = 124{,}56\ \text{m}^2$$

$$\text{Sup. círculo} = \pi \cdot r^2 = 3,14 \cdot (3\ \text{m})^2 = $$
$$= 3,14 \cdot 9\ \text{m}^2 = 28{,}26\ \text{m}^2$$

$$\begin{array}{llr} & \text{Superficie polígono} = & 124,56\ \text{m}^2 \\ - & \text{Superficie círculo} = & 28{,}26\ \text{m}^2 \\ \hline & \text{Parte sombreada} = & 96{,}30\ \text{m}^2 \end{array}$$

b) Si el diámetro es de 18 m, el radio mayor es de 9 m.

$$r = 9\ \text{m}$$
$$r' = 3\ \text{m}$$

Hallamos la superficie de la corona circular, cuya fórmula es la siguiente:

$$\text{Sup. corona circular} = 3,14 \cdot 72\ \text{m}^2 = 226{,}08\ \text{m}^2$$

La parte sombreada corresponde a la mitad de la corona circular. Por tanto, será igual a:

$$226{,}08\ \text{m}^2 : 2 = 113{,}04\ \text{m}^2$$

La superficie sombreada mide 113,04 m².

PROBLEMAS PLANTEADOS

[1] Hallar el lado menor de un rectángulo cuya superficie es de 600 m² si el lado mayor mide 30 cm.

R.: 20 cm

[2] Calcular la superficie de un tablero de ajedrez cuyo lado mide 60 cm.

R.: 3.600 cm²

[3] Hallar la altura de una puerta de 70 cm de anchura, sabiendo que su superficie es de 1,47 m².

R.: 210 cm

[4] Calcular la superficie total del papel de un libro de 200 páginas, si su formato es de 22 × 28 cm.

R.: 12,32 m²

[5] ¿Cuántas baldosas de 30 × 30 serán necesarias para cubrir el suelo de una habitación que mide 3,60 m × 4,80 m?

R.: 192 baldosas

[6] Un triángulo tiene por base el lado de un cuadrado cuya superficie es de 16 m². Calcular el área del triángulo sabiendo que su altura es igual al doble de su base.

R.: 16 m²

nos permite calcular el resto de la división de un polinomio en x por un binomio del tipo $(x \pm a)$, sin hacer la división.

Su enunciado dice: «El resto de dividir un polinomio en x por un binomio de la forma $(x \pm a)$ es el valor numérico del polinomio dividendo para x igual al valor de a cambiando de signo $[\pm a]$.»

6.1 REGLA DE RUFFINI

La *regla de Ruffini* permite hallar el cociente y el resto de la división de un polinomio, por ejemplo $P(x) = 2x^4 - 3x^3 + 5x^2 - 6x + 10$, por un binomio de primer grado $(x \pm a)$, por ejemplo $x - 2$, sin necesidad de efectuar la división.

Para ello se disponen del modo siguiente los coeficientes de $P(x)$:

$$\begin{array}{c|rrrrr} & 2 & -3 & 5 & -6 & +10 \\ 2 & & & & & \\ \hline & & & & & \end{array}$$

Se escribe el primer coeficiente debajo de la línea horizontal. Luego, este coeficiente se multiplica por 2 (que es el término independiente del binomio divisor cambiado de signo) y el resultado se suma al segundo coeficiente:

$$\begin{array}{c|rrrrr} & 2 & -3 & 5 & -6 & +10 \\ 2 & & 4 & & & \\ \hline & 2 & 1 & & & \end{array}$$

Con el valor obtenido se reitera el proceso hasta llegar al final:

$$\begin{array}{c|rrrrr} & 2 & -3 & 5 & -6 & +10 \\ 2 & & 4 & 2 & 14 & 16 \\ \hline & 2 & 1 & 7 & 8 & 26 \end{array}$$

El último obtenido es el resto de la división; los otros números son los coeficientes del polinomio cociente. Para escribir éste basta recordar que su grado es una unidad inferior al del dividendo. Luego el resultado de dividir

$$P(x) = 2x^4 - 3x^3 + 5x^2 - 6x + 10$$

por $x - 2$ es:

$$Q(x) = 2x^3 + x^2 + 7x + 8$$

y resto: $R = 26$

PAOLO RUFFINI (1765-1822), médico y matemático italiano, fue el primero en hacer un intento serio de demostrar la imposibilidad de resolución de las ecuaciones polinómicas de grado superior al cuarto. PAOLO RUFFINI (1765-1822), médico y matemático italiano, fue el primero en hacer un intento serio de demostrar la imposibilidad de resolución de las ecuaciones polinómicas de grado superior al cuarto. PAOLO RUFFINI (1765-1822), médico y matemático italiano, fue el primero en hacer un intento

Si hacemos la división:

$$\begin{array}{rrrrrrrrr|l} & 2x^4 & - & 3x^3 & + & 5x^2 & - & 6x & +\ 10 & x-2 \\ \cline{10-10} - & 2x^4 & + & 4x^3 & & & & & & 2x^3 + x^2 + 7x + 8 \\ \cline{1-4} & & & x^3 & + & 5x^2 & & & & \\ & & - & x^3 & + & 2x^2 & & & & \\ \cline{3-6} & & & & & 7x^2 & - & 6x & & \\ & & & & - & 7x^2 & + & 14x & & \\ \cline{5-8} & & & & & & & 8x & +\ 10 & \\ & & & & & & - & 8x & +\ 16 & \\ \cline{7-9} & & & & & & & & 26 & \end{array}$$

podemos comprobar que el cociente y el resto coinciden con los obtenidos anteriormente.

Divisibilidad

Un caso particularmente interesante de división de polinomios es el representado por las fracciones del tipo:

$$\frac{x^n \pm a^n}{x \pm a}$$

donde a es un valor numérico. Para explicar cómo resolver los diferentes casos que pueden presentarse, que dependen del signo a y de que el grado n del dividendo sea par o impar, razonaremos sobre los siguientes ejemplos:

1) $\dfrac{x^5 + 32}{x + 2}$

2) $\dfrac{x^4 + 16}{x - 2}$

3) $\dfrac{x^3 + 27}{x - 3}$

Nótese que:

$$32 = 2^5,\ 16 = 2^4,\ 9 = 3^2,\ 27 = 3^3.$$

El primer paso consistirá en aplicar el teorema del resto para saber en qué casos la división es exacta.

– Probamos con el ejemplo 1.

$$(x^5 + 32) : (x + 2)$$

Reemplazamos x por (-2)

$$(-2)^5 + 32 = -32 + 32 = 0$$

■ *Paolo Ruffini (1765-1822), médico y matemático italiano, fue el primero en hacer un intento serio de demostrar la imposibilidad de resolución de las ecuaciones polinómicas de grado superior al cuarto.*

mio de la forma $(x \pm a)$ es el valor numérico del polinomio dividendo para x igual al valor de a cambiado de signo $[\pm a]$.»

6.1 REGLA DE RUFFINI

La *regla de Ruffini* permite hallar el cociente y el resto de la división de un polinomio, por ejemplo $P(x) = 2x^4 - 3x^3 + 5x^2 - 6x + 10$, por un binomio de primer grado $(x \pm a)$, por ejemplo $x - 2$, sin necesidad de efectuar la división.

Para ello se disponen del modo siguiente los coeficientes de $P(x)$:

$$\begin{array}{c|ccccc} & 2 & -3 & 5 & -6 & +10 \\ 2 & & & & & \\ \hline & & & & & \end{array}$$

Se escribe el primer coeficiente debajo de la línea horizontal. Luego, este coeficiente se multiplica por 2 (que es el término independiente del binomio divisor cambiado de signo) y el resultado se suma al segundo coeficiente:

$$\begin{array}{c|ccccc} & 2 & -3 & 5 & -6 & +10 \\ 2 & & 4 & & & \\ \hline & 2 & 1 & & & \end{array}$$

Con el valor obtenido se reitera el proceso hasta llegar al final:

$$\begin{array}{c|ccccc} & 2 & -3 & 5 & -6 & +10 \\ 2 & & 4 & 2 & 14 & 16 \\ \hline & 2 & 1 & 7 & 8 & 26 \end{array}$$

El último obtenido es el resto de la división; los otros números son los coeficientes del polinomio cociente. Para escribir éste basta recordar que su grado es una unidad inferior al del dividendo. Luego el resultado de dividir

$$P(x) = 2x^4 - 3x^3 + 5x^2 - 6x + 10$$

por $x - 2$ es:

$$Q(x) = 2x^3 + x^2 + 7x + 8$$

y resto: $R = 26$

Si hacemos la división:

$$\begin{array}{rrrrrrrrr|l} & 2x^4 & - & 3x^3 & + & 5x^2 & - & 6x & + 10 & x - 2 \\ \cline{10-10} - & 2x^4 & + & 4x^3 & & & & & & 2x^3 + x^2 + 7x + 8 \\ \cline{1-4} & & & x^3 & + & 5x^2 & & & & \\ & & - & x^3 & + & 2x^2 & & & & \\ \cline{3-6} & & & & & 7x^2 & - & 6x & & \\ & & & & - & 7x^2 & + & 14x & & \\ \cline{5-8} & & & & & & & 8x & + 10 & \\ & & & & & & - & 8x & + 16 & \\ \cline{7-9} & & & & & & & & 26 & \end{array}$$

podemos comprobar que el cociente y el resto coinciden con los obtenidos anteriormente.

Divisibilidad

Un caso particularmente interesante de división de polinomios es el representado por las fracciones del tipo:

$$\frac{x^n \pm a^n}{x \pm a}$$

Page (PS/TeX): 3 / 105, COMPOSITE